



**LICEO "NICCOLÒ MACHIAVELLI"**  
[www.liceomachiavelli-firenze.edu.it](http://www.liceomachiavelli-firenze.edu.it)  
Liceo Classico, Liceo Internazionale Linguistico,  
Liceo Internazionale Scientifico  
Liceo delle Scienze Umane, Liceo Economico-Sociale  
Uffici Amministrativi: Via Santo Spirito, 39 – 50125 Firenze  
tel. 055-2396302 - fax 055-219178  
email: [liceomachiavelli.firenze@gmail.com](mailto:liceomachiavelli.firenze@gmail.com) - PEC: [fiis00100r@pecistruzione.it](mailto:fiis00100r@pecistruzione.it)



Liceo Machiavelli  
Anno Scolastico 2019/20  
Classe IVE Indirizzo Internazionale Scientifico  
Prof.<sup>ssa</sup> Mencacci Edi

## **PROGRAMMA DI MATEMATICA**

### ***MODULO β1: STATISTICA***

- Ripasso: frequenze assolute, relative, cumulate, tabelle di frequenze, rappresentazioni grafiche, gli indici di posizione centrale con dati semplici, suddivisi in classi di uguale e diversa ampiezza, gli indici di variabilità, la distribuzione gaussiana, i rapporti statistici.

### ***MODULO S: EQUAZIONI, DISEQUAZIONI, FUNZIONI***

- Ripasso: equazioni, disequazioni, sistemi di equazioni/disequazioni.
- Ripasso: Le funzioni reali di una variabile reale.
- Ripasso: Le funzioni e la loro classificazione: definizione di funzione, di funzione reale di una variabile reale, di dominio e di codominio; funzioni definite a tratti; segno, intersezioni con gli assi e grafico di una funzione.
- Ripasso: Le proprietà delle funzioni e la loro composizione; le funzioni iniettive, suriettive e biiettive; la funzione inversa; la composizione di due funzioni; le funzioni pari e le funzioni dispari; le funzioni crescenti, decrescenti, monotone; le funzioni periodiche. Ricerca di funzioni inverse e del codominio di funzioni. Ricerca di funzioni composte.

### ***MODULO L: GEOMETRIA ANALITICA***

- Ripasso di geometria analitica. Discussione di sistemi parametrici (con equazioni di coniche) con metodo grafico o algebrico. Fasci di coniche e punti base.

### ***MODULO T: MATRICI E SISTEMI LINEARI***

#### Capitolo 1

- Ripasso sulle matrici e le relative operazioni, le proprietà dei determinanti, il determinante di una matrice quadrata, la caratteristica o rango di una matrice  $m \times n$ , il determinante di una matrice di ordine 3 (regola di Sarrus e metodo dei complementi algebrici).

#### Capitolo 2

- I sistemi lineari di m equazioni in n incognite.
- I sistemi lineari e le matrici.
- La regola di Cramer, il metodo di riduzione.
- Il teorema di Rouché-Capelli.
- I sistemi lineari omogenei di n equazioni in n incognite.
- Discussione di sistemi parametrici lineari.

### ***MODULO O: GONIOMETRIA***

#### Capitolo 10,11,12:

- Ripasso generale degli argomenti trattati nel precedente anno scolastico: il periodo delle funzioni goniometriche, i grafici delle funzioni goniometriche e le trasformazioni geometriche, la risoluzione algebrica e grafica di equazioni e disequazioni goniometriche, sistemi parametrici goniometrici.

- Studio di funzioni goniometriche.

## ***MODULO Q: TRIGONOMETRIA***

### **Capitolo 13**

- Ripasso generale degli argomenti trattati nel precedente anno scolastico.
- Discussione di sistemi parametrici misti con seno e coseno di un angolo, di primo grado o riconducibili al primo grado, di secondo grado risolvibile con il metodo della parabola.

### **Capitolo 14**

- I numeri complessi e relative operazioni.
- Forma algebrica dei numeri complessi ed operazioni.
- Rappresentazione geometrica dei numeri complessi: piano di Gauss.
- I vettori e i numeri complessi.
- Le coordinate polari; equazione della retta e della circonferenza.
- Le operazioni tra numeri complessi in forma trigonometrica (c.d.).
- Le radici n-esime dell'unità.
- Le radici n-esime di un numero complesso.
- La forma esponenziale di un numero complesso; formule di Eulero.

## **VOLUME 4A**

### ***CAPITOLO 10: ESPONENZIALI***

- Le potenze con esponente reale e relative proprietà.
- La funzione esponenziale.
- Le equazioni esponenziali.
- Le disequazioni esponenziali.

### ***CAPITOLO 11: LOGARITMI***

- La definizione di logaritmo.
- Le proprietà dei logaritmi (c.d.); formula del cambiamento di base (c.d.).
- La funzione logaritmica.
- Le equazioni logaritmiche.
- Le disequazioni logaritmiche.
- Equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche.
- La risoluzione grafica di equazioni e disequazioni.
- Sistemi esponenziali e logaritmici.
- Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni esponenziali e logaritmiche.

### ***CAPITOLO 18: TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE***

- Ripasso generale degli argomenti trattati nel precedente anno scolastico (la traslazione, la simmetria assiale e la simmetria centrale, la rotazione, la dilatazione, le omotetie, le similitudini: definizioni, equazioni e proprietà).
- Le affinità: definizione e proprietà, equazioni; i punti e le figure unite. Determinazione delle condizioni affinché una affinità sia una isometria (c.d.) e affinché una affinità sia una similitudine.
- Composizioni di trasformazioni.
- Le trasformazioni geometriche applicate alle funzioni elementari.

### ***CAPITOLO 19: GEOMETRIA EUCLIDEA NELLO SPAZIO***

- Ripasso di geometria euclidea nel piano (congruenza e similitudine di triangoli, teoremi di Euclide, punti notevoli di un triangolo).
- Archi, settori, segmenti, corone circolari e loro misura.
- La geometria dello spazio.
- Punti, rette e piani nello spazio.

- Il teorema di Talete nello spazio.
- Definizioni di diedri e angoloidi.
- I poliedri (prisma, parallelepipedo, cubo, piramide, tronco di piramide).
- I poliedri regolari.
- I solidi di rotazione (cilindro, cono, sfera, tronco di cono, calotta e zona sferica, fuso sferico, anticlessidra).
- Le aree e i volumi dei solidi notevoli (dimostrazione del volume del tronco di piramide e del tronco di cono).
- Estensione ed equivalenza tra solidi (postulato di De Zolt, legge di esclusione), solidi congruenti, somma e differenza di solidi, solidi equiscomposti.
- Il principio di Cavalieri; esempio di applicazione alla scodella di Galileo (dimostrazione dell'equivalenza con il cono) e alla sfera e alla sua anticlessidra.

### ***CAPITOLO α1: CALCOLO COMBINATORIO***

- Dagli insiemi ai raggruppamenti; grafi ad albero.
- Le disposizioni semplici e le disposizioni con ripetizione: definizioni.
- Le permutazioni semplici e le permutazioni con ripetizione: definizioni.
- La funzione  $n!$ .
- Le combinazioni semplici e le combinazioni con ripetizione: definizioni.
- I coefficienti binomiali e le loro proprietà (legge dei tre fattoriali, formula di ricorrenza); le potenze di un binomio e il triangolo di Tartaglia (formula del binomio di Newton, formula di Stifel).
- Identità, equazioni e disequazioni con i coefficienti binomiali

### ***CAPITOLO α2: PROBABILITA'***

- Gli eventi.
- La concezione classica della probabilità.
- La concezione statistica della probabilità.
- La concezione soggettiva della probabilità.
- Ripasso sugli insiemi, le operazioni tra insiemi e relative proprietà; leggi di De Morgan.
- L'impostazione assiomatica della probabilità. Probabilità e insiemi con relative operazioni.
- La probabilità della somma logica di eventi; eventi incompatibili; teorema della somma logica di eventi.
- La probabilità condizionata.
- La probabilità del prodotto logico di eventi: eventi indipendenti; teorema del prodotto logico di eventi.
- La probabilità totale di eventi.
- Il problema delle prove ripetute.
- Il teorema di Bayes.
- Probabilità del continuo (probabilità come rapporto di lunghezze, di aree, di volumi).

## **VOLUME 4B**

### ***CAPITOLO 20: GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO***

- Distanza tra due punti nello spazio; punto medio di un segmento. Vettori nello spazio: operazioni tra vettori nello spazio, vettori paralleli e perpendicolari.
- Equazione di un piano nello spazio; equazione di un piano di dato vettore normale e passante per un punto (c.d.). Condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra piani.
- Equazioni parametriche ed equazioni cartesiane di una retta; retta individuata da due piani. Condizioni di parallelismo e perpendicolarità tra retta e piano e loro posizione reciproca. Distanza di un punto da una retta o da un piano, distanza tra due piani.
- L'equazione di una superficie e di una curva: superficie cilindrica, conica, sferica, ellissoide, iperboloide ad una e a due falde, paraboloidi ellittico e iperbolico.

## **CAPITOLO 21: FUNZIONI E LORO PROPRIETA'**

- La funzione esponenziale e la funzione logaritmica.
- Ripasso: le funzioni goniometriche (seno, coseno, tangente, cotangente) e relative funzioni inverse; la secante e la cosecante: definizione e grafico.
- Ricerca del dominio, di intersezioni con gli assi, di eventuali simmetrie, del segno di funzioni algebriche e di funzioni trascendenti.
- Determinazione dell'equazione cartesiana di curve in forma parametrica.

## **CAPITOLO 22: LIMITI DI FUNZIONI**

- Intervalli limitati o illimitati, intervalli chiusi o aperti.
- Gli intorno di un punto: intorno completo e intorno circolare di un punto, intorno destro e intorno sinistro di un punto; intorno di infinito; insiemi limitati o illimitati; estremo inferiore / superiore di un insieme; punti isolati e punti di accumulazione.
- Il limite finito di una funzione per  $x$  che tende ad un valore finito: definizione e verifica.
- Il limite infinito di una funzione per  $x$  che tende ad un valore finito: definizione e verifica.
- Il limite finito di una funzione per  $x$  che tende all'infinito: definizione e verifica.
- Il limite infinito di una funzione per  $x$  che tende all'infinito: definizione e verifica.
- Il limite destro e il limite sinistro.
- Le funzioni continue: definizione di funzione continua in un punto e in un intervallo; continuità delle funzioni elementari.
- I teoremi sui limiti: teorema di unicità del limite (c.d.), teorema della permanenza del segno (c.d.), teorema del confronto (c.d.).

## **CAPITOLO 23: CALCOLO DEI LIMITI E CONTINUITA' DELLE FUNZIONI**

- Le operazioni sui limiti: limite della somma algebrica di due funzioni (c.d.), limite del prodotto di una costante per una funzione (c.d.), limite del prodotto di due funzioni (c.d.), limite della potenza  $n$ -esima di una funzione, limite della radice  $n$ -esima di una funzione, limite della funzione reciproca, limite del quoziente di due funzioni, limite delle funzioni composte.
- Continuità della somma, del prodotto e del quoziente di funzioni continue, continuità della funzione composta.
- Il calcolo dei limiti e le forme indeterminate: forme del tipo  $+\infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}, \frac{0}{0}, 0 \cdot \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$ ; limiti delle funzioni algebriche razionali e irrazionali intere e frazionarie; limiti delle funzioni trascendenti.
- I limiti notevoli:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  (c.d.),  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$  (c.d.),  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$  (c.d.),  
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$  (c.d.),  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \log_a e$  (c.d.),  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$  (c.d.),  
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a$  (c.d.),  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^k - 1}{x} = k$  (c.d.).
- Gli infinitesimi, gli infiniti e il loro confronto; ordine di infinito/ infinitesimo; infinitesimi e infiniti equivalenti; principio di sostituzione degli infiniti/ infinitesimi. Gerarchia degli infiniti.
- Limiti e parametri.
- Teoremi sulle funzioni continue (solo enunciato): teorema di Weierstrass, teorema dei valori intermedi, teorema di esistenza degli zeri.
- Definizione di asintoto. Asintoti verticali, orizzontali, obliqui e la loro ricerca.
- Ricerca delle soluzioni approssimate di equazioni.
- I punti di discontinuità di una funzione: discontinuità di prima, seconda e terza specie.
- Grafico probabile di una funzione algebrica o trascendente.
- Metodo grafico di approssimazione delle soluzioni di un'equazione: metodo di bisezione.
- Grafico di  $y = \sqrt{f(x)}$ ,  $y = f(x)^2$ ,  $y = \frac{1}{f(x)}$ ,  $y = |f(x)|$ .
- Risoluzione grafica di disequazioni.
- Problemi di massimo e minimo.

## ***CAPITOLO 24: SUCCESSIONI E SERIE***

- Ripasso sulle successioni numeriche (definizione e rappresentazioni), le progressioni aritmetiche (somma di termini consecutivi di una progressione aritmetica c.d.), le progressioni geometriche (la somma di termini consecutivi di una progressione geometrica c.d.).
- Il limite di una successione.
- I teoremi sui limiti delle successioni.
- I limiti delle progressioni.
- Serie numeriche: definizione e calcolo. Serie convergenti, divergenti, indeterminate. La serie di Mengoli, la serie telescopica e la serie geometrica.
- Teorema del confronto e della permanenza del segno.

**N.B. c.d. significa con dimostrazione**

Libro di testo adottato: “*Manuale blu 2.0 di matematica*”

di M.Bergamini, , G.Barozzi, A.Trifone ed.Zanichelli

Libro di testo utilizzato per la trattazione della geometria analitica dello spazio: “*La matematica a colori*”  
di L.Sasso ed.Petrini Dea Scuola

Le alunne/i

L'insegnante

Firenze, 4 giugno 2020